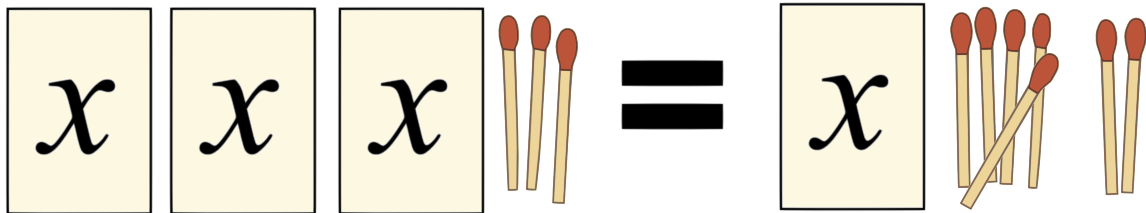


MATHE 364

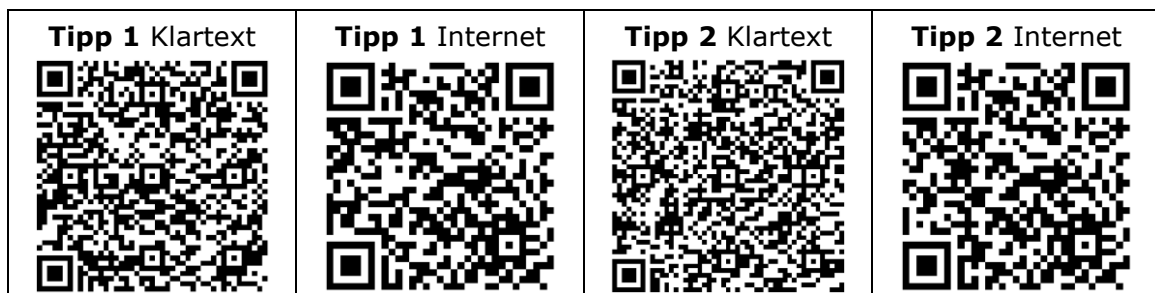
01.12. Streichholzschachtel-Rätsel „Knack’ die Box“

In dieser Abbildung liegen einzelne Streichhölzer unverpackt, außerdem enthalten alle Streichholzschachteln gleich viele Streichhölzer: jede genau x Stück. Links neben dem Gleichheitszeichen liegen exakt genauso viele Streichhölzer wie rechts neben dem Gleichheitszeichen. Kannst du die Anzahl x bestimmen?



a) Löse das Rätsel:

- **Bestimme** die geheime Anzahl x der Streichhölzer in jeder Schachtel.
- **Überprüfe**, ob die von dir ermittelte Anzahl wirklich zu der Abbildung passt.



b) Begründe: Rätsel **I** hat die Lösung $x = 0$.

- Rätsel **II** hat die Lösung $x = 1$.
- Bei Rätsel **III** kann jede Zahl x die Lösung sein.

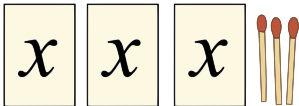
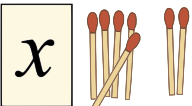
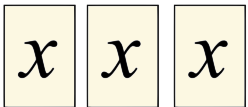
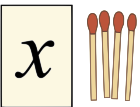
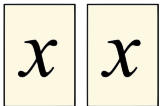
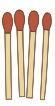
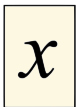

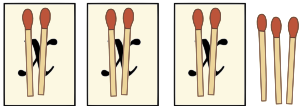
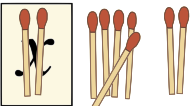
Rätsel **I** x x x = x x x x

Rätsel **II** x x x = x x x x

Rätsel **III** x x x = x x x

c) Schütte Streichholzschachteln aus. Nimm viele Streichhölzer, teile sie in zwei Haufen, genau gleich viele. Lege zwischen die Haufen ein Gleichheitszeichen. Verpacke immer gleich viele Streichhölzer in leere Schachteln. Lasse ein paar unverpackte Hölzer übrig. Das ist ein neues Rätsel für deine Geschwister.

a) individuelle Lösungswege; hier ein Beispiel:

	linke Seite	=	rechte Seite	Lösungsschritt
				-3 bedeutet: auf jeder Seite des Gleichheitszeichens drei Streichhölzer wegnehmen
ergibt				$-x$ bedeutet: auf jeder Seite des Gleichheitszeichens eine Streichholzschachtel wegnehmen
ergibt				$: 2$ bedeutet die Anzahl aller Streichholzschachteln halbieren und die Anzahl aller Streichhölzer halbieren
ergibt				Lösung: $x = 2$ bedeutet In jeder Streichholzschachtel liegen zwei Streichhölzer!
				Überprüfung: linke Seite $3 \cdot 2 + 3 = 9$ rechte Seite $1 \cdot 2 + 7 = 9$

In jeder Streichholzschachtel waren genau 2 Streichhölzer verpackt – gleich viele! Auf jeder Seite des Gleichheitszeichens lagen also 9 Streichhölzer – gleich viele!

Achtung: In jeder Zeile liegen auf der linken Seite und auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens stets gleich viele Streichhölzer. Aber mit jedem Lösungsschritt werden es weniger Streichhölzer. Deshalb ist der Pfeil \Leftrightarrow vor jeder Zeile kein Gleichheitszeichen! \Leftrightarrow heißt Äquivalenzzeichen und bedeutet, dass die Gleichungen in jeder Zeile die selbe Lösung haben, bei diesem Rätsel $x = 2$.

b) Begründung: Rätsel **I** hat die Lösung $x = 0$, weil links und rechts jeweils gleich viele unverpackte Streichhölzer liegen (vier Stück einzeln), aber unterschiedlich viele Streichholzschachteln. Es können nur dann gleich viele Streichhölzer links und rechts liegen, wenn alle Schachteln leer sind.

$$\text{links: } 3 \cdot 0 + 4 = 4 \quad \text{rechts: } 4 \cdot 0 + 4 = 4$$

Begründung: Rätsel **II** hat die Lösung $x = 1$.

links eine Schachtel weniger, dafür ein Streichholz mehr: $3 \cdot 1 + 4 = 7$

rechts eine Schachtel mehr, dafür ein Streichholz weniger: $4 \cdot 1 + 3 = 7$

Das gleicht sich nur aus, wenn in jeder Schachtel ein Streichholz liegt.

Begründung: Bei Rätsel **III** kann jede Zahl x die Lösung sein. Links und rechts liegen jeweils gleich viele unverpackte Streichhölzer (vier Stück) und gleich viele Streichholzschachteln (drei Stück). Wenn in jeder Schachtel gleich viele Streichhölzer liegen, dann sind es links und rechts insgesamt gleich viele.